

## Задача 7. Диалог об эластичности

(25 баллов)

- Отличная погодка сегодня! — воскликнул Оптимист, заходя в отдел продаж.
- Днем обещают дожди... — ответил Пессимист.
- В этом месяце объем продаж нашего товара вырос, и это при том, что функция спроса на него осталась прежней! — радовался Оптимист.
- Еще бы, мы ведь снизили цены. Те же единицы продукции, что еще месяц назад мы продавали по более высокой цене, в этом месяце пошли в продажу по сниженной цене, и на этом мы потеряли часть выручки, — возразил Пессимист.
- Но зато в этом месяце мы продали много новых единиц продукции, и выручка, которую мы получили с их продажи, в полтора раза превосходит потери, которые ты только что упомянул! — начал спорить Оптимист. — Да и снижение цены очень незначительно, всего несколько процентов.

Что можно сказать об эластичности спроса на товар, судя по этому диалогу?

## Задача 8. Бюджетный федерализм

(25 баллов)

Монополист, обратная функция спроса на продукцию которого имеет вид  $p = 140 - 2q$ , работает по такой технологии, что для производства единицы продукции необходимы две единицы труда. Труд нанимается на конкурентном рынке по ставке заработной платы 10 д. е. С каждой проданной единицы фирма должна отчислять  $f$  д. е. в государственный бюджет — это федеральный налог. Кроме того, с каждой нанятой единицы труда фирма должна отчислять  $g$  д. е. — это региональный налог, взимаемый местными властями. Выбирая ставки налогов, власти обоих уровней стараются получить побольше поступлений в бюджет своего уровня.

- а) (11 баллов) Пусть сначала свою ставку называют федеральные власти, а затем — региональные, после этого фирма выбирает объем производства. Какие будут ставки налогов?
- б) (7 баллов) Ответьте на вопрос предыдущего пункта, если, наоборот, сначала свою ставку называют региональные власти, а затем — федеральные.
- в) (7 баллов) Что можно сказать о ставках налогов в случае, если бы власти обоих уровней принимали решения об их уровне согласованно, максимизируя суммарные налоговые поступления в оба бюджета?

## Задача 9. Экономика «Платона»

(25 баллов)

В Древней Греции ежегодный спрос купцов на грузоперевозки дальнебойными колесницами описывается уравнением  $Q = 100 - P$ , а предложение грузоперевозок со стороны колесничих — уравнением  $Q = P$ , где  $Q$  — объем грузоперевозок (в тоннах, умноженных на километр пути), а  $P$  — цена за единицу перевозок (в драхмах на тонну-километр). Тяжелые колесницы наносят ущерб дорогам, который зависит от объема перевозок и равен  $Q^2/4$  драхм — ровно эту сумму нужно ежегодно тратить на ремонт дорог, чтобы они не портились со временем.

Государство оплачивает ремонт дорог в полном объеме из бюджета. Мудрый Платон предложил ввести дополнительный налог на колесничих в размере  $t$  драхм с каждой единицы грузоперевозок. «Даже если ни драхмы из поступлений от нового налога не будет потрачено на ремонт дорог, введение этого налога может увеличить общественное благосостояние» — изрек великий философ.

а) (5 баллов) Объясните экономическую логику, которой руководствовался Платон.

б) (10 баллов) Проконсультировавшись с Платоном, государство определило общественное благосостояние как сумму прибыли потребителей услуг грузоперевозок (купцов), прибыли колесничих после уплаты налога, и доходов государственного бюджета от «налога Платона» за вычетом его расходов на ремонт дорог. Прибыль купцов равна  $Q^2/2$ ; прибыль колесничих после уплаты налога также равна  $Q^2/2$ . Найдите ставку налога  $t$ , при которой общественное благосостояние максимально.<sup>a</sup>

в) (5 баллов) Государство решило ввести налог по ставке  $t$ , найденной вами в пункте б), однако вскоре выяснилось, что взимание этого налога само по себе будет сопряжено с дополнительными издержками (потребуется установка специальных бортовых устройств на колесницах, найм персонала и т. д.). Расходы по взиманию налога оплачиваются из бюджета; независимо от объема перевозок, они равны  $C$  драхм. При каком максимальном значении параметра  $C$  государству, которое максимизирует благосостояние, следует вводить «налог Платона»? Обозначьте это значение за  $C_{max}$ .

г) (5 баллов) Другой философ, Аристотель, выступил с критикой налога: «Платон мне друг, но истина дороже. Введение налога повлечет за собой издержки для общества, не учтенные Платоном в его формуле общественного благосостояния, и поэтому даже при  $C < C_{max}$  введение налога может не быть оправданным». Какие издержки мог иметь в виду Аристотель?

<sup>a</sup>Участники олимпиады, знакомые с концепцией излишков, без труда увидят, что указанные в этом пункте выражения просто равны излишкам потребителей и производителей для данных функций спроса и предложения.



## Задача 10. Осторожный Кузьма — 2

(25 баллов)

Кузьма, знакомый вам по задаче регионального этапа, влюбился и решил подарить девушке красивый букет.

В магазине продаются три вида цветов —  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Кузьма знает, что девушка ценит эти цветы по-разному: каждый цветок наиболее предпочтительного с ее точки зрения вида принесет ей 3 единицы радости, каждый цветок наименее предпочтительного вида принесет 1 единицу, а каждый цветок среднего по предпочтительности вида принесет 2 единицы. Проблема в том, что Кузьма забыл, какой именно вид цветов является самым предпочтительным, какой — средним, а какой — наименее предпочтительным, и спрашивать ее об этом ему неловко.

Радость девушки от букета равна сумме ее радости от каждого из цветков в букете (даже если в букете есть цветы разных видов). Девушка поцелует Кузьму, если ее радость от букета будет не меньше 30 единиц. Для простоты считайте, что количество цветов не обязательно нечетное и даже не обязательно целое (но обязательно неотрицательное).

**а) (10 баллов)** Допустим, цветок каждого из трех видов стоит 1 ден. ед. Какую минимальную сумму Кузьма должен потратить на цветы, чтобы девушка *гарантированно* его поцеловала?

**б) (5 баллов)** Как изменится ваш ответ на пункт **а**), если цветок вида  $A$  стоит 1 ден. ед., цветок вида  $B$  — 2 ден. ед., цветок вида  $C$  — 3 ден. ед.?

**в) (10 баллов)** Допустим, радость девушки зависит не только от количества цветов разных видов, но и от их сочетания. А именно, если в букете есть цветы больше чем одного вида, их сочетание может не понравиться девушке: если сочетание цветов неудачное, радость девушки равна сумме ее радости от каждого цветка, как выше, минус  $Z$  единиц. Параметр  $Z$  известен Кузьме. Ответьте на вопрос пункта **а** (при ценах цветов, данных в **а**) для  $Z = 24$ ;  $Z = 36$ .

## Задача 11. Рациональные пингвины — 2

[25 баллов]

У императорских пингвинов яйца высидивают самцы. С началом антарктической зимы они получают яйца от самок и держат их между лап около двух месяцев, пока самки находятся в море. Эти два месяца самцы проводят в очень тяжелых условиях: температура может достигать  $-50^{\circ}\text{C}$ , а скорость ветра —  $200\text{ км/ч}$ .

Чтобы согреться, пингвины собираются в большие толпы (иногда их там больше тысячи). Находясь на расстоянии всего  $2\text{ см}$  друг от друга, они минимизируют напрасный расход тепла. В результате воздух в середине этой кучи пингвинов может прогреваться до  $37^{\circ}\text{C}$ , что слишком жарко по сравнению с комфортной температурой. Пингвины, которые находятся с краю толпы, наоборот, мерзнут, стоя под сильным ветром. В результате движения, однако, положение пингвинов в толпе постоянно меняется, скопления разбиваются на более мелкие или наоборот сливаются. Это позволяет каждому пингвину поочередно находиться в середине толпы, где слишком жарко, в более комфортной ее части или с самого края, где слишком холодно.

**а) (13 баллов)** Приведите экономический аргумент, который может объяснить, почему пингвины встают так близко друг к другу, несмотря на то, что в центре кучи от этого слишком жарко.

**б) (6 баллов)** Каждый отдельный пингвин приходит в толпу за тем, чтобы согреться, но в итоге (ненамеренно) тратит часть своего тепла, чтобы согреть окружающих — это похоже на положительный внешний эффект. Стандартная экономическая теория содержит результат, что производство положительных внешних эффектов обычно ниже общественно оптимального уровня, однако в случае императорских пингвинов это, вероятно, не так: сложно представить себе более эффективную структуру, которая бы включала больше обмена теплом. Объясните, почему стандартный аргумент о недопроизводстве положительного внешнего эффекта может не работать в такой ситуации.

**в) (6 баллов)** Приведите аналогичные (в смысле идеи пункта б), но не связанные с обменом теплом) примеры, характерные для благ, производством и потреблением которых занимаются люди.



## Задача 12

(25 баллов)

В  $N$ -ске есть 150 человек, которым утром нужно улететь в Москву (возвращаться они не планируют). Готовность платить за билет каждого из них зависит от времени вылета рейса; для каждого пассажира существует некое идеальное для него время вылета, и чем больше отклонение фактического времени от идеального, тем меньше его готовность платить. Готовность платить пассажира  $i$  можно рассчитать по формуле

$$V_i(t) = 8 - 2|t - t_i^*|,$$

где  $V_i(t)$  — максимальная цена, которую пассажир  $i$  готов заплатить за билет (в тыс. руб.),  $t$  — фактическое время вылета, а  $t_i^*$  — идеальное время вылета с точки зрения пассажира  $i$ .

Разные пассажиры предпочитают разное время вылета. Количество пассажиров с соответствующими значениями  $t_i^*$  представлено в таблице.

$t_i^*$	$n$
6 ч. утра	30
7 ч. утра	40
8 ч. утра	60
9 ч. утра	20

В связи с небольшим размером рынка рейсы из  $N$ -ска в Москву организует только одна авиакомпания — « $N$ -авиа». В распоряжении авиакомпании есть один самолет вместимостью как раз 150 человек. Издержки на осуществление рейса равны 500 тыс. руб. независимо от количества проданных билетов и времени вылета. Компания стремится к тому, чтобы ее прибыль от рейса была максимальной.

**а) (8 баллов)** Предположим, компания назначает единую цену на все билеты. Какую цену она назначит и какое время вылета она выберет (время вылета необязательно целое)?

**б) (17 баллов)** Предположим, что, несмотря на то, что все места в самолете одинаковые, компания может назначать на них разные цены (вплоть до того, что каждое из 150 мест может быть продано по своей цене). В этом случае процесс взаимодействия компании с потенциальными пассажирами устроен так:

1. Компания определяет время вылета и цены на разные места и публикует эту информацию на сайте;
2. Когда человек заходит на сайт компании, он, видя время вылета и цены, решает, будет ли он покупать билет. Если он покупает билет, то он покупает самое дешевое место из оставшихся.

Предположим, что чем раньше для человека идеальное время вылета, тем раньше он приходит на сайт для покупки билетов (те, кто привык рано вставать, привыкли все дела делать раньше).<sup>9</sup> Найдите время вылета, которое выберет авиакомпания, и определите, сколько ценовых категорий мест она выделит, каковы будут количество мест и цена билета в каждой категории. Укажите в ответе все оптимальные для авиакомпании варианты.

<sup>9</sup>Более реалистично было бы предполагать случайный порядок захода посетителей на сайт, однако такая предпосылка значительно усложняет решение.